

(全6枚中の1枚目)

③ 中学校・高等学校 数 学

(解答は、すべて解答用紙に記入すること)

①～③はすべての受験者が解答すること。なお、解答にあたっては、計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと。

1  $x$  についての2次不等式  $x^2 - 4x + a \leq 0$  ( $a$  は定数) …① について、次の (1) ～ (4) に答えなさい。

- (1)  $a = -5$  のとき、①を解きなさい。
- (2)  $a = -6$  のとき、①を解きなさい。
- (3)  $a = 4$  のとき、①を解きなさい。
- (4) ①の解が「解なし」となるような、定数  $a$  の値の範囲を求めなさい。

2 斜辺の長さが4の直角三角形で、直角をはさむ2辺の長さの和が最大となるのはどのような場合か、説明しなさい。

3 AさんとBさんがテニスの試合を行うと、各ゲームでAさんがBさんに勝利する確率は  $\frac{1}{3}$ 、BさんがAさんに勝利する確率は  $\frac{2}{3}$  であり、引き分けはないものとする。AさんとBさんのどちらかが先に3ゲーム勝利した時点で試合の勝者が決まり、以後のゲームは行わないものとする。次の (1) ～ (4) に答えなさい。

- (1) AさんとBさんのゲームの勝利数がそれぞれ3勝と1勝で、Aさんが試合の勝者となる確率を求めなさい。
- (2) 4ゲーム目に試合の勝者が決まる確率を求めなさい。
- (3) Aさんが試合の勝者となる確率を求めなさい。
- (4) Aさんが試合の勝者となるとき、4ゲーム目にAさんが勝利している条件付き確率を求めなさい。

(全6枚中の2枚目)

③ 中学校・高等学校 数 学

(解答は、すべて解答用紙に記入すること)

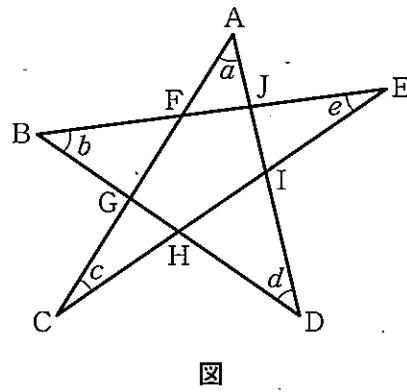
(4~6は中学校受験者のみ解答すること)

(中学校受験者のみ解答すること)

4 次の(1), (2)に答えなさい。

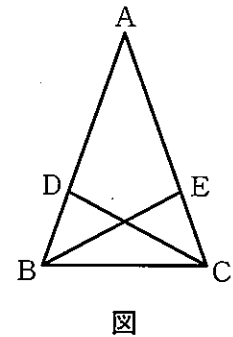
(1) 図のような星形五角形の先端の角の和

( $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$ ) が  $180^\circ$  になることを証明しなさい。



(2) 図のような  $AB=AC$  である二等辺三角形  $ABC$  において、直線  $AB$  上に点  $D$  を、直線  $AC$  上に点  $E$  を、 $AD=AE$  となるようにとる。次の①, ②に答えなさい。

①  $D, E$  が辺  $AB, AC$  上にあるとき、 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$  になることを証明しなさい。



② 辺  $AB$  の  $A$  の側の延長上に点  $D$  をとり、辺  $AC$  の  $A$  の側の延長上に点  $E$  をとる。  
この場合でも  $\triangle ABE \cong \triangle ACD$  になることを証明しなさい。

(全6枚中の3枚目)

③ 中学校・高等学校 数 学

(解答は、すべて解答用紙に記入すること)

(中学校受験者のみ解答すること)

- 5 図1は、1辺が4 cm の正方形の折り紙を、折り紙の中心と折り紙の1つの頂点が互いに重なり合うように規則的に重ねて図形をつくる様子を表している。1番目の図形では折り紙を1枚、2番目の図形では折り紙を2枚、3番目の図形では折り紙を3枚使っている。次の(1)～(4)に答えなさい。

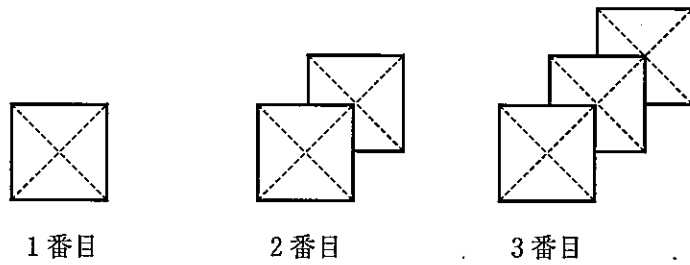


図1

- (1) 10番目 (正方形の折り紙を規則的に10枚重ねたとき) の図形の面積を求めなさい。

- (2) 図2のように  $n$  番目 (正方形の折り紙を規則的に  $n$  枚重ねたとき) の図形の面積を、生徒Aは、 $n$  を使って次のように考えた。生徒Aは、 $n$  番目の図形の面積を求めるにあたって、どのような考えで式をつけたのかわかるように解答用紙の図を使って説明しなさい。

<生徒Aの解答>

$$(2 \times 2) \times n + (2 \times 2) \times (n+1) + (2 \times 2) \times n$$

=.....

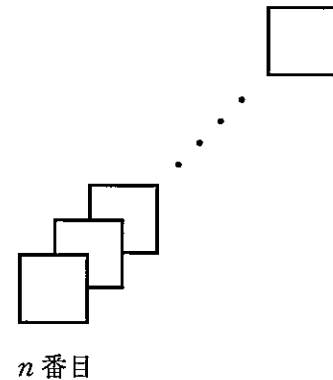


図2

- (3)  $n$  番目 (正方形の折り紙を規則的に  $n$  枚重ねたとき) の図形の面積を、(2) の生徒Aとは違う考え方で解き、 $n$  を使った式で表しなさい。また、その考え方を解答用紙の図にわかるように示しなさい。
- (4) (1)～(3) で考えた図形において、面積以外で  $n$  枚重ねたとき規則的に変化する数量を見つけ、「 $n$  枚重ねたときの \_\_\_\_\_ は、 $n$  を使った式で \_\_\_\_\_ と表される」のように答えなさい。

③ 中学校・高等学校 数 学

(解答は、すべて解答用紙に記入すること)

(中学校受験者のみ解答すること)

- 6 次の文は、新中学校学習指導要領(平成29年告示)「数学」の「各学年の目標及び内容」の「第1学年」の「目標」である。  
下の(1)及びあとの(2)に答えなさい。

- (1) 正の数と負の数、文字を用いた式と一元一次方程式、平面図形と空間図形、比例と反比例、データの分布と確率などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を(①)に捉えたり、数学的に解釈したり、数学的に(②)したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 数の範囲を拡張し、数の性質や計算について考察したり、文字を用いて数量の関係や法則などを考察したりする力、図形の構成要素や構成の仕方に着目し、図形の性質や関係を直観的に捉え(③)に考察する力、数量の変化や対応に着目して関数関係を見だし、その特徴を表、式、グラフなどで考察する力、データの分布に着目し、その傾向を読み取り批判的に考察して判断したり、不確定な事象の起こりやすさについて考察したりする力を養う。
- (3) 数学的活動の楽しさや数学の(④)に気付いて粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って検討しようとする態度、(⑤)に捉え考えようとする態度を養う。

- (1) ①～⑤にあてはまる語句を書きなさい。

### ③ 中学校・高等学校 数 学

(解答は、すべて解答用紙に記入すること)

(中学校受験者のみ解答すること)

- (2) 生徒に対して、下線部 a のような力を身に付けさせるために、次の学習課題を示して授業を行った。表 1、図 1 は、ある学校の過去 10 年分の新入生用の内履きの購入データ (2100 足) を整理したものである。下の①～③に答えなさい。

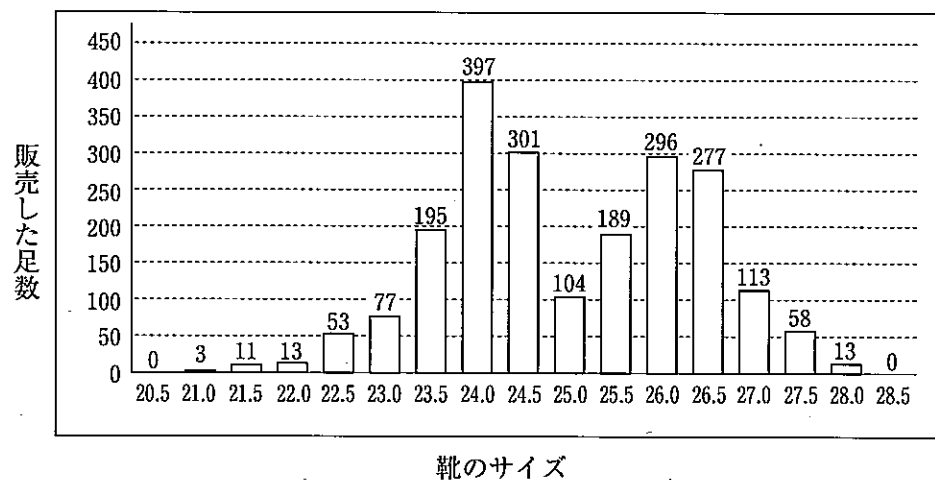
#### 学習課題

ある学校の内履きの販売店では、過去 10 年分のデータ (2100 足) をもとに新入生用の内履きの在庫の準備を進めている。新入生の人数が 180 人であるとき、各サイズ、どれくらいの数の内履きをメーカーに注文し、在庫として準備しておけばよいか考えてみよう。

表 1

最大値	28.0 cm
最小値	21.0 cm
平均値	25.0 cm
中央値	24.5 cm

図 1



- ① 「自分の靴のサイズは何 cm ですか。」という発問に対して、生徒 A は「自分の靴のサイズは 25.0 cm です。」と発表した。過去 10 年分のデータと比較したとき、生徒 A の靴のサイズは、大きい方と言えるか、小さい方と言えるかについて、根拠を示して説明しなさい。
- ② 生徒 B は「表 1 の代表値を見ると、平均値が 25.0 cm であるので、在庫として 25.0 cm の靴を最も多く準備しておけばよい。」と発表した。生徒 B の発表をうけて、生徒 C は「図 1 を見ると、25.0 cm のサイズは、多いとはいえないのではないかな。」と発表した。図 1 を見ると、生徒 B のように「平均値が 25.0 cm だから、25.0 cm のサイズは多いといえそうだ。」という考えは適切でないことがわかる。その理由を、図 1 のグラフの特徴をもとに、根拠を示して説明しなさい。
- ③ 生徒 D は「図 1 のグラフを見ると山が 2 つあるように見える。」と発表し、続いて生徒 E は「その理由は、男子のサイズと女子のサイズが混ざっているからだ。」と発表した。このようにグラフが双方型 (2 つの山) になるデータの例を、(2) で扱った例以外で答えなさい。また、双方型になる理由も具体的に答えなさい。

(全6枚中の6枚目)

③ 中学校・高等学校 数 学

(解答は、すべて解答用紙に記入すること)

(7~9は高等学校受験者のみ解答すること)

(高等学校受験者のみ解答すること)

7 次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 次の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

(2) 次の①, ②の極限值を求めなさい。

①  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$

②  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{\frac{1}{n^3}} + \sqrt{\frac{2}{n^3}} + \sqrt{\frac{3}{n^3}} + \cdots + \sqrt{\frac{n}{n^3}} \right)$

(高等学校受験者のみ解答すること)

8 関数  $f(x) = xe^{-x}$  ( $x \geq 0$ ) がある。  $xy$  平面において、曲線  $C: y=f(x)$  上の変曲点における法線を  $m$  とするとき、次の

(1) ~ (3) に答えなさい。

(1) 関数  $f(x)$  の増減、極値、変曲点を調べてグラフの概形をかきなさい。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$  を用いてよい。

(2) 直線  $m$  の方程式を求めなさい。

(3) 曲線  $C$ 、直線  $m$  および直線  $x=e$  で囲まれた図形の面積  $S$  を求めなさい。

(高等学校受験者のみ解答すること)

9 次の文は、新高等学校学習指導要領(平成30年告示)「数学」の「目標」である。下の(1), (2)に答えなさい。

数学的な(①)を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

(1) 数学における基本的な概念や原理・法則を(②)に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に(③)したりする技能を身に付けるようにする。

(2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し(④)・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。

(3) 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え(⑤)に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

(1) ①~⑤にあてはまる語句を書きなさい。

(2) 下線部 a について、例えば図が考えられる。図は視覚的な把握と思考を容易にする長所がある。数学 I の「集合と命題」の内容において、生徒に図の良さを実感させるような問題とその解答を作成しなさい。