

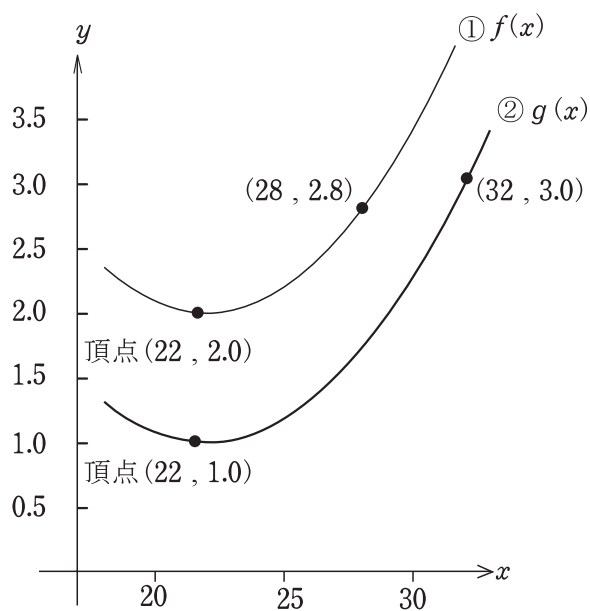
BMIと肥満の関係を探ろう！

問 お父さんが健康診断を行い、「健康診断検査結果報告書」が届いた。しかしながら、未記載の箇所が多数あり、困ってしまった。お父さんは冷静にこれを見て、『未記載箇所はすべて記入できる。』と判断した。

(1) 下記の表の () に適切な値を記入しなさい。

健康診断検査結果報告書	氏名 ○○ ○○																																
身長 (180) cm																																	
体重 (115) kg																																	
あなたの標準体重は () kgであり、体格指数BMIは () です。																																	
肥満度は肥満 () 度です。健康のために減量が必要です。																																	
~~~~~ 省略 ~~~~~																																	
参考資料1																																	
$\text{標準体重} = (\text{身長})^2 \times 22$ $\text{体格指数BMI} = (\text{体重}) \div (\text{身長})^2$ (ただし、体重の単位はkg、身長単位はmとする。)																																	
参考資料2	参考資料3																																
<table border="1"><thead><tr><th>身長(m)</th><th>標準体重(kg)</th></tr></thead><tbody><tr><td>1.45</td><td>46.3</td></tr><tr><td>1.50</td><td>( )</td></tr><tr><td>1.55</td><td>52.9</td></tr><tr><td>1.60</td><td>( )</td></tr><tr><td>1.65</td><td>59.9</td></tr><tr><td>1.70</td><td>63.6</td></tr><tr><td>1.75</td><td>67.4</td></tr><tr><td>1.80</td><td>( )</td></tr></tbody></table>	身長(m)	標準体重(kg)	1.45	46.3	1.50	( )	1.55	52.9	1.60	( )	1.65	59.9	1.70	63.6	1.75	67.4	1.80	( )	<table border="1"><thead><tr><th>BMI</th><th>肥満度</th></tr></thead><tbody><tr><td>18.5未満</td><td>やせすぎ</td></tr><tr><td>18.5以上25未満</td><td>標準</td></tr><tr><td>25以上30未満</td><td>肥満1度</td></tr><tr><td>30以上35未満</td><td>肥満2度</td></tr><tr><td>35以上40未満</td><td>肥満3度</td></tr><tr><td>40以上</td><td>肥満4度</td></tr></tbody></table>	BMI	肥満度	18.5未満	やせすぎ	18.5以上25未満	標準	25以上30未満	肥満1度	30以上35未満	肥満2度	35以上40未満	肥満3度	40以上	肥満4度
身長(m)	標準体重(kg)																																
1.45	46.3																																
1.50	( )																																
1.55	52.9																																
1.60	( )																																
1.65	59.9																																
1.70	63.6																																
1.75	67.4																																
1.80	( )																																
BMI	肥満度																																
18.5未満	やせすぎ																																
18.5以上25未満	標準																																
25以上30未満	肥満1度																																
30以上35未満	肥満2度																																
35以上40未満	肥満3度																																
40以上	肥満4度																																
ただし、数値は小数第2位で四捨五入したものである。																																	

- (2) 下のグラフは、①（男性）と②（女性）について、体格指数BMIと有病指数（1人あたりいくつの疾患を有しているかの割合）の関係が二次関数になるものとして考えている。体格指数BMIを $x$ ，有病指数を $y$ とし，①，②の表す式を $y = f(x)$ ， $y = g(x)$ とする。このとき， $f(x)$ ， $g(x)$ を求めなさい。



$f(x) =$	$g(x) =$
----------	----------

- (3) お父さんは健康のために、『有病指数 $\leq 2.45$ 』を目標として減量することになった。ただし，体格指数BMI $\geq 22$ の場合のみ考える。

ア (2)の関数 $f(x)$ を利用して，目標を達成するためには，体格指数BMIの値の範囲はどうか，考えなさい。

イ 目標を達成するには，何kg以上減量しなければならないか。

1 出題の趣旨

数学Iの「二次関数」を扱うことにした。目標は、一般的な事象を分析し、二次関数を用いて考察することである。これにより、数学のよさを認識し、それらを積極的に活用していく態度を育てることがねらいである。この問題では、「健康診断検査結果報告書」を題材にし、体格指数BMIと有病指数の関係を、二次関数のグラフとして扱うことにより、肥満度の判定を行うことができることに着目する。また、「データの分析」としてとらえてもよい問題である。電卓あるいはパソコンの表計算ソフトを利用して、計算すればかなり楽に解法できるはずである。また、グラフを利用して、「不等式」を解く問題として考えることもできる。中学校数学においても、このようにグラフを利用すれば、簡単な一次不等式や二次不等式についても解けるはずである。

[四つの観点との対応]

物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること	与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること	筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること	事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること
○	○	○	○

2 各問題の趣旨

問題番号	新学習指導要領における領域・内容	出題のねらい	評価の観点		
			考え方の数学的な見方や	表現・処理	知識・理解
(1)	第1 数学I 2 内容 (3) 二次関数 二次関数とそのグラフについて理解し、二次関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。	「健康診断結果報告書」における参考資料1, 2, 3をもとに、資料の読み取りを行い、それに基づいて、標準体重や体格指数BMIの値などを求めることができる。	○	○	○
(2)	ア 二次関数とそのグラフ 事象から二次関数で表される関係を見いだすこと。	①, ②の2つのグラフを二次関数とみなし、そのグラフ上の頂点の座標とその他の点の座標から、二次関数を決定することができる。			○
(3) ア, イ	また、二次関数のグラフの特徴について理解すること。 イ 二次関数の値の変化 (ア) 二次関数の最大・最小 二次関数の値の変化について、グラフを用いて考察したり最大値や最小値を求めたりすること。 (イ) 二次方程式・二次不等式 二次方程式の解と二次関数のグラフとの関係について理解するとともに、数量の関係を二次不等式で表し二次関数のグラフを利用してその解を求めること。	アでは、二次関数のグラフの交点を求めることにより、不等式を解くことができる。二次不等式の問題としてとらえることもできるが、計算すると非常に面倒である。 イでは、アの結果を利用して、何kg減量しなければならないかを考えることができる。	○	○	○



(3) アについて  $f(x)=2.45$  とする。

$$2.45 = \frac{1}{45}(x-22)^2 + 2$$

$$(x-22)^2 = 0.45 \times 45$$

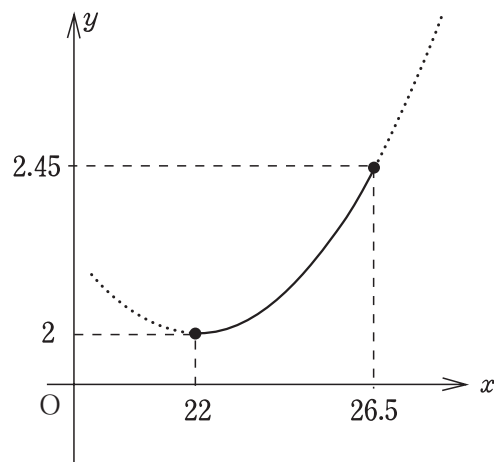
$$x-22 = \pm 4.5$$

$$x = 17.5, 26.5$$

体格指数 BMI  $\geq 22$  より

$$x \geq 22 \text{ なので}$$

$$x = 26.5$$



有病指数  $\leq 2.45$  より  $y \leq 2.45$  を満たし、  
 $x \geq 22$  となればよいので、上のグラフより  
 $22 \leq x \leq 26.5$

これより体格指数 BMI の値は、  
22以上26.5以下 となればよい。… (答)

イについて体重を  $c$  とする。

目標を達成するためには、アにおいて

$$x = \frac{c}{1.8^2} \text{ とおけるので}$$

$$22 \leq \frac{c}{3.24} \leq 26.5$$

$$\text{よって } 71.28 \leq c \leq 85.86$$

これより 体重を115kgから最低85.86kgまで  
減量しなければならない。

つまり差を計算して

$$115 - 85.86 = 29.14$$

よって 29.14kg以上 減量しなければならない。

… (答)

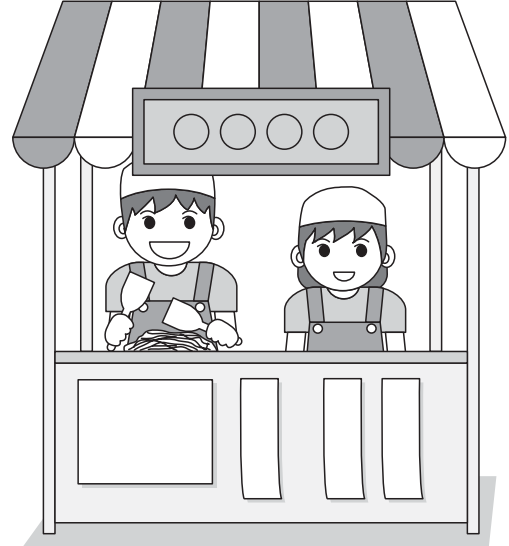
・グラフを利用せず不等式を用いて解くこともできる。

・二次関数における値域の範囲を考えることにより、不等式を解くことができる。

## 商品の販売価格の決定

**問** 学校祭の模擬店営業において、ある商品を販売することになった。商品1個の仕入れ価格は50円であり、80円で売ると1日に1000個売れる。また、商品1個につき1円値上げするごとに売り上げ個数は10個ずつ減る。ただし、売れない商品はすべて返品できる。商品1個の販売価格を  $x$  円とする。

- (1) 商品の販売個数を  $x$  を用いて表しなさい。
- (2) 1日の利益を  $y$  円とするとき、 $y$  を  $x$  で表しなさい。
- (3) 1日の利益を最大にするには商品1個の販売価格をいくらにすればよいか、答えなさい。



(1)		(2)		(3)	
-----	--	-----	--	-----	--

1 出題の趣旨

数量関係として、数学Iの「二次関数」を扱うことにした。新教育課程において、一般的な事象を二次関数と関連付け、二次関数を用いて考えることができるようにすることがうたわれている。この問題では、学校祭の模擬店営業において、ある商品の販売利益と価格の関係を二次関数を用いて表すことができ、その最大値を求めることによって、商品の販売価格を決定することを考える。これにより、二次関数の有用性を認識できるようにすることが目的である。また、中学校で学習する「関数  $y = ax^2$ 」の応用になっている。このように、生徒の興味・関心を大いに引き出すことが期待される問題であり、数学IIの「領域と最大・最小に関する問題」とも関連している。

[四つの観点との対応]

物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること	与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること	筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること	事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること
○	○	○	○

2 各問題の趣旨

問題番号	新学習指導要領における領域・内容	出題のねらい	評価の観点		
			方 数 学 的 な 見 方 や 考 え	表 現 ・ 処 理	知 識 ・ 理 解
(1)	第1 数学I 2 内容 (3) 二次関数 二次関数とそのグラフについて理解し、二次関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。	条件を理解し、商品の販売個数を $x$ を用いて表すことができる。	○		
(2)	ア 二次関数とそのグラフ 事象から二次関数で表される関係を見いだすこと。 また、二次関数のグラフの特徴について理解すること。	「売り上げ総額＝販売価格×販売個数」、「仕入れ総額＝原価×販売個数」、「利益＝売り上げ総額－仕入れ総額」の3つの条件式を自ら導きだし、利益を二次関数の式にすることができる。	○	○	○
(3)	イ 二次関数の値の変化 ㉞ 二次関数の最大・最小 二次関数の値の変化について、グラフを用いて最大値や最小値を求めたりすること。	二次関数を平方完成し、最大値を求めることができる。		○	○

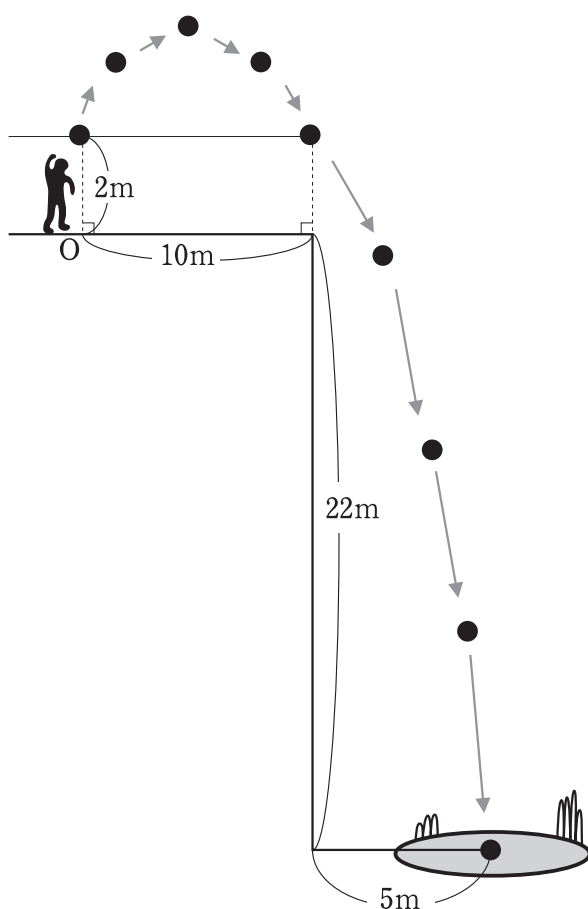
### 3 正答と解説

問題番号	正 答 (例)	解 説
(1)	<p>商品の販売個数を $n$ 個とする。</p> $n = 1000 - (x - 80) \times 10$ $= -10x + 1800 \dots (\text{答})$	<ul style="list-style-type: none"> <li>商品 1 個の販売価格が80円のことを基準にして考える。販売価格が80円より 1 円上がる毎に、販売個数が10個少なくなることを理解できれば、立式することができる。</li> </ul>
(2)	<p>利益 = 売り上げ総額 - 仕入れ総額である。</p> <p>売り上げ総額 = 販売価格 × 販売個数</p> $= x \times n = nx \text{ (円)} \dots \textcircled{1}$ <p>仕入れ総額 = 原価 × 販売個数</p> $= 50 \times n = 50n \text{ (円)} \dots \textcircled{2}$ <p>①, ②より</p> $y = \textcircled{1} - \textcircled{2}$ $= nx - 50n$ $= n(x - 50)$ $= (-10x + 1800)(x - 50)$ $= -10x^2 + 2300x - 90000 \dots (\text{答})$	<ul style="list-style-type: none"> <li>「売り上げ総額 = 販売価格 × 販売個数」, 「仕入れ総額 = 原価 × 販売個数」, 「利益 = 売り上げ総額 - 仕入れ総額」という 3 つの条件式を導き出すことができるかがポイントである。</li> </ul>
(3)	<p>(1) より販売個数 $\geq 0$ なので</p> $n = -10x + 1800 \geq 0$ $x \leq 180$ <p>さらに, $x \geq 0$ より</p> $0 \leq x \leq 180 \dots \textcircled{3}$ <p>さらに (2) より</p> $y = -10x^2 + 2300x - 90000$ $= -10(x^2 - 230x) - 90000$ $= -10\{(x - 115)^2 - 115^2\} - 90000$ $= -10(x - 115)^2 + 42250 \dots \textcircled{4}$ <p>③, ④より</p> $x = 115 \text{ のとき, 最大値 } 42250$ <p>これより, 商品 1 個の販売価格は115円にすればよい。… (答)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>販売個数は 0 個以上より, ③の条件式が出てくる。④の式から, 最大値とそのときの $x$ の値を求めることにより, 商品 1 個の販売価格を決定することができる。</li> </ul>

# ボールの投げ上げ投射

**問** 太郎さんは地面から2 mの高さから、右斜め上方にボールを投げた。そのボールは最高点に達し、地面より低い池に落ちた。その様子は下図に表している。ただし、空気摩擦などは考えないものとし、単位はmとする。

- (1) ボールはどのような軌跡を描くか、答えなさい。
- (2) 太郎さんが地面と接する点を原点Oとする。原点Oから地面の右方向に  $x$  軸，垂直な上方向に  $y$  軸をとる。このとき、ボールの軌跡を表す式を  $y = f(x)$  の形で表しなさい。
- (3) ボールは地面から最高何mの高さまで上がるか、答えなさい。



(1)			
(2)		(3)	

### 1 出題の趣旨

数量関係として、数学Iの「二次関数」を扱うことにした。目標は、一般的な事象を二次関数と関連付け、二次関数を用いて数量の関係や変化を考えることの有用性を認識することである。この問題では、ボールの斜め上方方向への投げ上げの軌跡を、図を通して二次関数で表現させること、その二次関数を平方完成し、その最大値を求めることができるようにすることが目的である。また、この問題は $xy$ 座標の取り方によっては、中学校第3学年で学習する「関数 $y = ax^2$ 」との関連性が非常に大きい。実際にこのようなことを実験し、最高点の高さを実測できれば、放物線の性質、つまりは二次関数のよさを実感できるはずである。

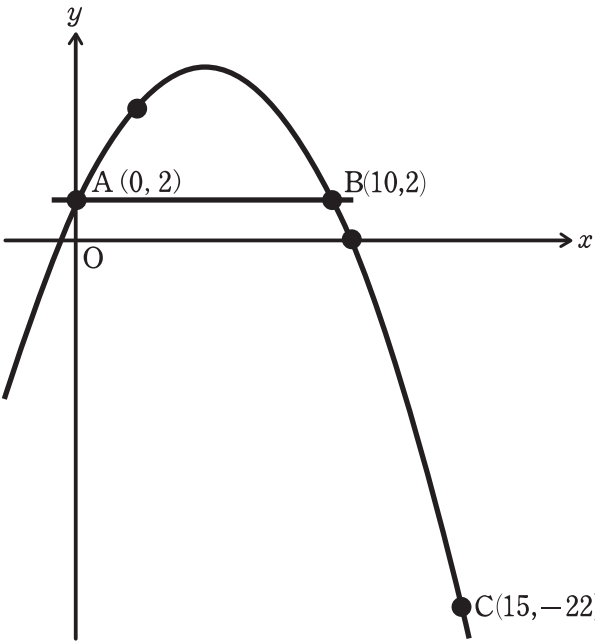
#### [四つの観点との対応]

物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること	与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること	筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること	事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること
○	○	○	○

### 2 各問題の趣旨

問題番号	新学習指導要領における領域・内容	出題のねらい	評価の観点		
			え方 数学的 な見方 や考	表現 ・ 処理	知識 ・ 理解
(1)	第1 数学I 2 内容 (3) 二次関数 二次関数とそのグラフについて理解し、二次関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。	ボールの投げ上げ投射の軌跡が放物線となることを理解することができる。	○		
(2)	ア 二次関数とそのグラフ 事象から二次関数で表される関係を見いだすこと。また、二次関数のグラフの特徴について理解すること。 イ 二次関数の値の変化 (ア) 二次関数の最大・最小 二次関数の値の変化について、グラフを用いて最大値や最小値を求めたりすること。	ボールの軌跡上の異なる3点を $xy$ 座標に設定することができる。それを利用して、ボールの投げ上げ投射の軌跡を二次関数に表すことができる。	○	○	○
(3)	イ 二次関数の値の変化 (ア) 二次関数の最大・最小 二次関数の値の変化について、グラフを用いて最大値や最小値を求めたりすること。	二次関数を平方完成し、最大値を求めることができる。これにより実測できなくても、ボールの最高点の高さを求めることができる。		○	○

### 3 正答と解説

問題番号	正 答 (例)	解 説
(1)	例) 上に凸な放物線の軌跡を描く。 二次関数のような軌跡を描く。	<ul style="list-style-type: none"> <li>物体の投げ上げ投射が放物線を描くことは非常に大切な性質である。それが二次関数と一致することに注目することが大事である。</li> </ul>
(2)	 <p>上図のように座標軸および点の座標をとる。                      ボールの軌跡は放物線となるので、二次関数として考えて、$y = ax^2 + bx + c \cdots \textcircled{1}$とする。                      A(0, 2), B(10, 2), C(15, -22)を$\textcircled{1}$に代入して</p> $2 = c \cdots \textcircled{2}$ $2 = 100a + 10b + c \cdots \textcircled{3}$ $-22 = 225a + 15b + c \cdots \textcircled{4}$ <p>$\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$, $\textcircled{4}$より</p> $a = -\frac{8}{25}, b = \frac{16}{5}, c = 2$ <p>よって、求める関数は</p> $y = -\frac{8}{25}x^2 + \frac{16}{5}x + 2 \cdots (\text{答})$	<ul style="list-style-type: none"> <li>図に $x$ 軸, $y$ 軸を設定し, 図のような3点A, B, Cの座標を設定することができるが, この問題を解くうえでのポイントとなる。</li> <li>3点A, B, Cを二次関数の式に代入し, 二次関数を決定する。</li> </ul>
(3)	<p>(2) より</p> $y = -\frac{8}{25}(x^2 - 10x) + 2$ $= -\frac{8}{25}\{(x^2 - 10x + 25) - 25\} + 2$ $= -\frac{8}{25}(x - 5)^2 + 10$ <p>よって、最高点の高さは10m… (答)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>二次関数を平方完成することにより, 最大値の値を求める。これにより, ボールの最高点における高さを求めることができる。</li> </ul>

## スキー板の長さのルール

**問** スキージャンプは長い板をはけば、より大きな揚力を得られるようになり、遠方へ飛ぶことができる。スキージャンプでA国チームとB国チームが団体戦を行うことになった。その際にスキーの板の長さに関して新ルールを設けようという動きがある。板の長さに関しては、現行ルールとルール案1，ルール案2が考えられた。(下の太線枠内)

また，A国チームとB国チームの選手10人の身長については，下の破線枠内に記してある。

スキー板の長さについて、  
 現行ルール：(その選手の身長+80cm) 以下とする。  
 ルール案1：(その選手の身長×1.46) 以下とする。  
 ルール案2：(その選手の身長+108cm)×0.9以下とする。

A国チーム選手の身長

選手	身長
A1	171 cm
A2	170 cm
A3	172 cm
A4	171 cm
A5	171 cm

B国チーム選手の身長

選手	身長
B1	180 cm
B2	176 cm
B3	175 cm
B4	175 cm
B5	180 cm

(1) 次の **ア** ~ **エ** に入る適当な数式や数値を記入しなさい。

現行ルールとルール案1を比べる。選手の身長を  $x$  cm とする。

ルール案1のスキーの長さの最大値は **ア** cm,

現行ルールのスキーの長さの最大値は **イ** cm

(ルール案1のスキーの長さの最大値)  $\geq$  (現行ルールのスキーの長さの最大値) とすると

$$\mathbf{ア} \geq \mathbf{イ}$$

よって  $x \geq \frac{\mathbf{ウ}}{23}$  ただし、**ウ** は整数である。

小数第3位を切り上げて考えると、**エ** cm以上になればルール案1が有利になる。

A国は身長 **エ** cm以上の選手は皆無である。B国は全員 **エ** cm以上の身長である。これより、A国チームにとっては、ルール案1より現行ルールが有利である。

ア		イ		ウ		エ	
---	--	---	--	---	--	---	--

(2) 現行ルールとルール案2を比べると，A国チームにとってどちらのルールが有利になるか答えなさい。

(3) A国チームは自国に有利になるためにどのルールに賛成すべきか答えなさい。

### 1 出題の趣旨

数学Iの「不等式」を扱うことにした。目標は、一般的な事象を分析し、不等式を用いて考察することである。これにより、数学のよさを認識し、それらを積極的に活用していく態度を育てることがねらいである。この問題では、スキージャンプ競技のスキー板の長さのルールについて取り上げた。実際のルールとは違うが、このような事例はどの競技ルールでもあり得ることである。また、この問題は、解法によっては、中学校第3学年の「一次関数」の応用としてグラフを用いても解法することができ、中学校数学との関連性が非常に大きい。この問題では、不等式を立式し、選手の身長データを分析することにより、A国チームはどのようにルールに対して対処すべきかを考えることが目的である。不等式の問題であるが、「データの分析」としてとらえてもよい問題である。

#### [四つの観点との対応]

物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること	与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること	筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること	事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること
○	○	○	○

### 2 各問題の趣旨

問題番号	新学習指導要領における領域・内容	出題のねらい	評価の観点		
			え方 数学的 な見方 や考	表現 ・ 処理	知識 ・ 理解
(1)	第1 数学I 2 内容 (1) 数と式 数を実数まで拡張する意義や集合と命題に関する基本的な概念を理解できるようにする。また、式を多面的にみたり処理したりするとともに、一次不等式を事象の考察に活用できるようにする。	現行ルールとルール案1について、選手の身長を $x$ cmとすると、(ルール案1のスキーの長さの最大値) $\geq$ (現行ルールのスキーの長さの最大値) という不等式を解くことにより、現行ルールとルール案1のどちらがA国チームにとって有利かを考えることができる。	○	○	○
(2)	イ 式 (イ) 一次不等式 不等式の解の意味や不等式の性質について理解し、一次不等式の解を求めたり一次不等式を事象の考察に活用したりすること。	(1)と同様にして、現行ルールとルール案2について考えることができる。	○	○	○
(3)		(1)と(2)よりA国チームはルール案2に変更するのが有利であると考えられることができる。	○		

### 3 正答と解説

問題番号	正 答 (例)	解 説
(1)	<p>ルール案1のスキーの長さの最大値は$\underline{1.46x}$ cm, 現行ルールでのスキーの長さの最大値は$\underline{x+80}$ cmとなる。</p> <p>(ルール案1のスキーの長さの最大値) $\geq$ (現行ルールのスキーの長さの最大値) を考えると</p> $\underline{1.46x} \geq \underline{x+80}$ $0.46x \geq 80$ <p>よって $x \geq \frac{\underline{4000}}{23} = 173.913\dots$</p> <p>小数点第3位を切り上げて考えると, $\underline{173.92}$ cm以上になればルール案1が有利になる。</p> <p>表を見ると, A国は身長$\underline{174}$ cm以上の選手は皆無である。B国の選手は全員$\underline{174}$ cm以上の身長である。これよりA国チームにとっては, ルール案1より現行ルールが有利である。</p> <p>以上より</p> <p><b>ア</b> : $\underline{1.46x}$    <b>イ</b> : $\underline{x+80}$    <b>ウ</b> : $\underline{4000}$  <b>エ</b> : $\underline{173.92}$    … (答)</p>	<p>・ A国チームとB国チームのデータを比較して, 不等式の解からどのようなことが言えるか, つまり理由付けも考えることにより, 最終的な解答を導き出すことになる。</p>
(2)	<p>(1)と同様にして, 選手の身長を$x$ cmとするとルール案2でのスキーの長さの最大値は$(x+108) \times 0.9$ cm, 現行ルールでのスキーの長さの最大値は$(x+80)$ cmとなる。</p> <p>(ルール案2のスキーの長さの最大値) $\geq$ (現行ルールのスキーの長さの最大値) とすると</p> $(x+108) \times 0.9 \geq x+80$ $0.9x+97.2 \geq x+80$ $-0.1x \geq -17.2$ $x \leq 172$ <p>これより, 172 cm以下になればルール案2が有利である。</p> <p>表を見ると, A国は全員身長172 cm以下である。B国は全員172 cmより大きい。</p> <p>これよりA国チームにとっては現行ルールよりルール案2が有利である。… (答)</p>	<p>・ (2)と同様に考える。不等式の向きを逆にして考えてもよい。</p>
(3)	<p>(1)と(2)の解答もふまえると, <u>A国チームはルール案2に賛成するべきである。</u>… (答)</p>	<p>・ (1)と(2)の解答からどのようなことが言えるかを考えることが大事である。</p>