

# 追いつくまでの時間を求めよう

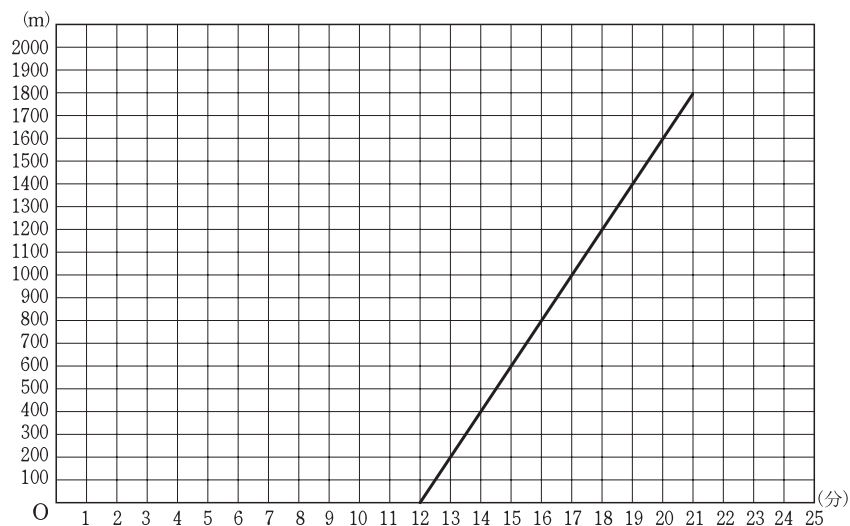
**問** 太郎さんたちは、数学の授業で次の題材を使って問題づくりをしました。

姉と弟は休日に1800m離れた映画館へ行きました。姉は歩いて家を出発し、弟は、姉が家を出発してから12分後に自転車で追いかけてきました。このときの姉の歩く速さを分速80m、弟の自転車の速さを分速200mとします。

(1) 太郎さんは、「弟が姉に追いつくまでの時間を求めよう」という問題をつくりました。この問題を解くために、太郎さんは、姉が家を出発してからの時間と、姉と弟のそれぞれが進んだ道のりについて表にまとめ、この表をもとに弟の進んだ様子をグラフに表しました。

姉が家を出発してからの時間 (分)	0	1	2	3	...	12	13	14	15	...
姉が進んだ道のり (m)	0	80	160	240	...	960	1040	1120	1200	...
弟が進んだ道のり (m)	0	0	0	0	...	0	200	400	600	...

① このグラフに、姉の進んだ様子をかき加えなさい。



② 次の **ア** , **イ** にあてはまる数を書きなさい。

弟は、姉が家を出発してから **ア** 分後に **イ** mの地点で姉に追いついた。

<b>ア</b>		<b>イ</b>	
----------	--	----------	--

(2) 花子さんも、「弟が姉に追いつくまでの時間を求めよう」という問題をつくりました。この問題を解くために、花子さんは、問題に関する数量を文字  $x$  を使って式に表しました。

① 次の  ,  にあてはまることばを書きなさい。

弟が姉に追いついた地点を  $x$  m とすると、 $\frac{x}{80}$  は  を表している。  
姉が家を出発してからの時間を  $x$  分 とすると、 $200(x - 12)$  は  を表している。

ア		イ	
---	--	---	--

② ①のどちらかの式を使って方程式をつくり、弟が姉に追いつくまでの時間を求めなさい。

(3) 次郎さんは、「弟が途中の店で3分間買い物をして、映画館に着く前に、姉に追いつくことができるかを考えよう」という問題をつくりました。

① 弟は、映画館に着く前に、姉に追いつくことができるか書きなさい。

② ①と考えた理由を書きなさい。

中学校 第1学年 A 数と式 「追いつくまでの時間を求めよう」

1 出題の趣旨

小学校では、伴って変わる二つの数量の関係を表やグラフに表して考察し、その特徴や傾向を表したり読み取ったりできるようにしている。また、言葉や、□、△などを用いた式や、 $a$ や $x$ などの文字を用いた式について学習し、数量の関係や法則などを一般的かつ簡潔に表したり読み取ったりする能力を次第に伸ばしてきている。特に、速さ・時間・道のりに関する問題については、小学校で情景図や線分図などを利用し、問題を把握するための工夫の指導がなされている。

中学校では、文字を用いた式の学習の上で、方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解し、等式の性質を基にして一元一次方程式を解く方法を考えるとともに、それらを通して代数的な操作のよさを理解することを目指している。加えて、方程式を利用して問題解決を図ったときに、目的に応じて結果を検討し処理する態度を育てることを目指している。

この問題では、未知の数量を、一つは表やグラフに表現することを通して、もう一つは方程式に表すことを通して二通りの方法で解決することから、文字や方程式のよさを実感することをねらいとしている。また、問題づくりの方法をとることによって、題材から自分なりに解決したい問題を設定したり、条件変更をして発展的に考えたりして、解が問題の条件にあっているかその理由を自分なりに説明することをねらいとしている。

また、この問題は、具体的な数値を表やグラフに表現することと、未知数や変数を含む相当関係についての条件を表した等式である方程式に関する考察を通して、文字についての理解を深めるとともに、今後、中学校第1学年における比例や反比例などの関数の学習、第2学年における連立方程式や一次関数の学習へとつながるものである。

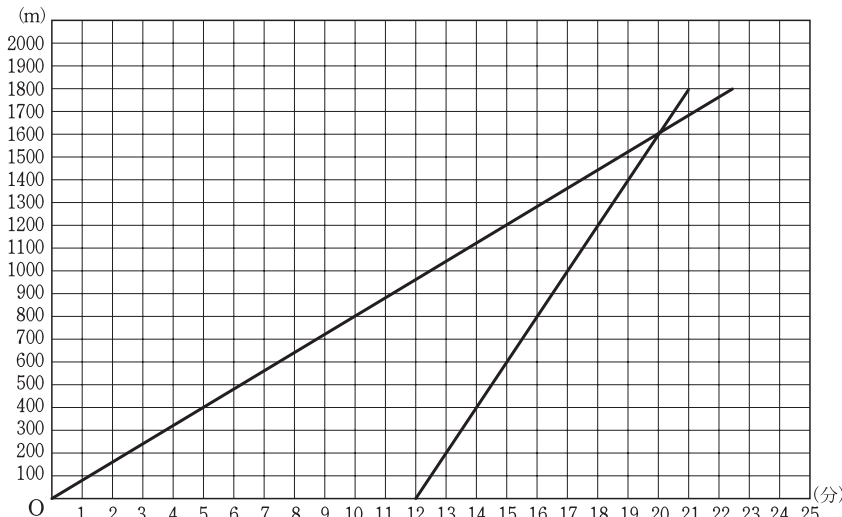
[四つの観点との対応]

物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること	与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること	筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること	事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること
○	○	○	○

2 各問題の趣旨

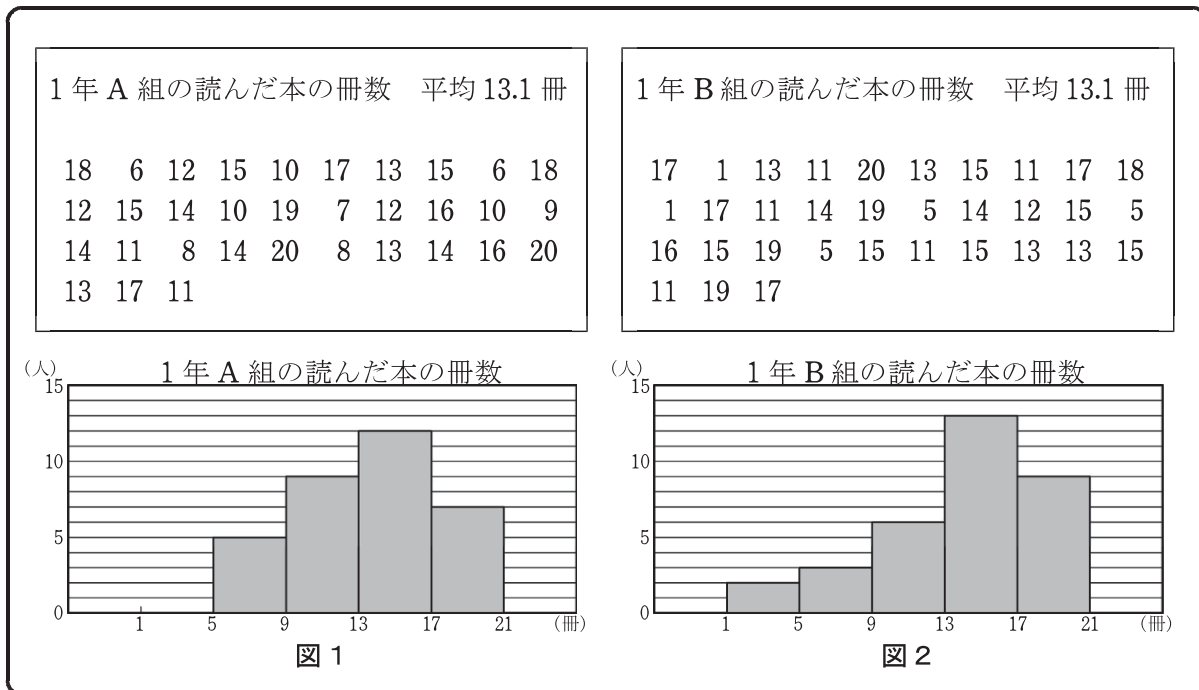
問題番号	新学習指導要領における領域・内容	出題のねらい	評価の観点		
			方 数 学 的 な 見 方 や 考 え	数 学 的 な 表 現 ・ 処 理	数 量 、 図 形 な ど に つ い て の 知 識 ・ 理 解
(1) ①	第1学年 A 数と式 (3) 方程式について理解し、一元一次方程式を用いて考察することができるようにする。 ウ 簡単な一元一次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用すること。	表を利用してグラフをかくことができる。	○		
(1) ②		表とグラフから弟が追いつくまでの時間と距離を読み取ることができる。			○
(2) ①		数量 $x$ を時間や距離としたとき、表された式の意味をそれぞれ読み取ることができる。	○		
(2) ②		等しい数量を一元一次方程式に表し、解を求めることができる。			○
(3) ①		解が問題の条件にあっているかを判断することができる。	○	○	
(3) ②		解が問題の条件にあっているか、その理由を自分なりに説明することができる。			○

3 正答と解説

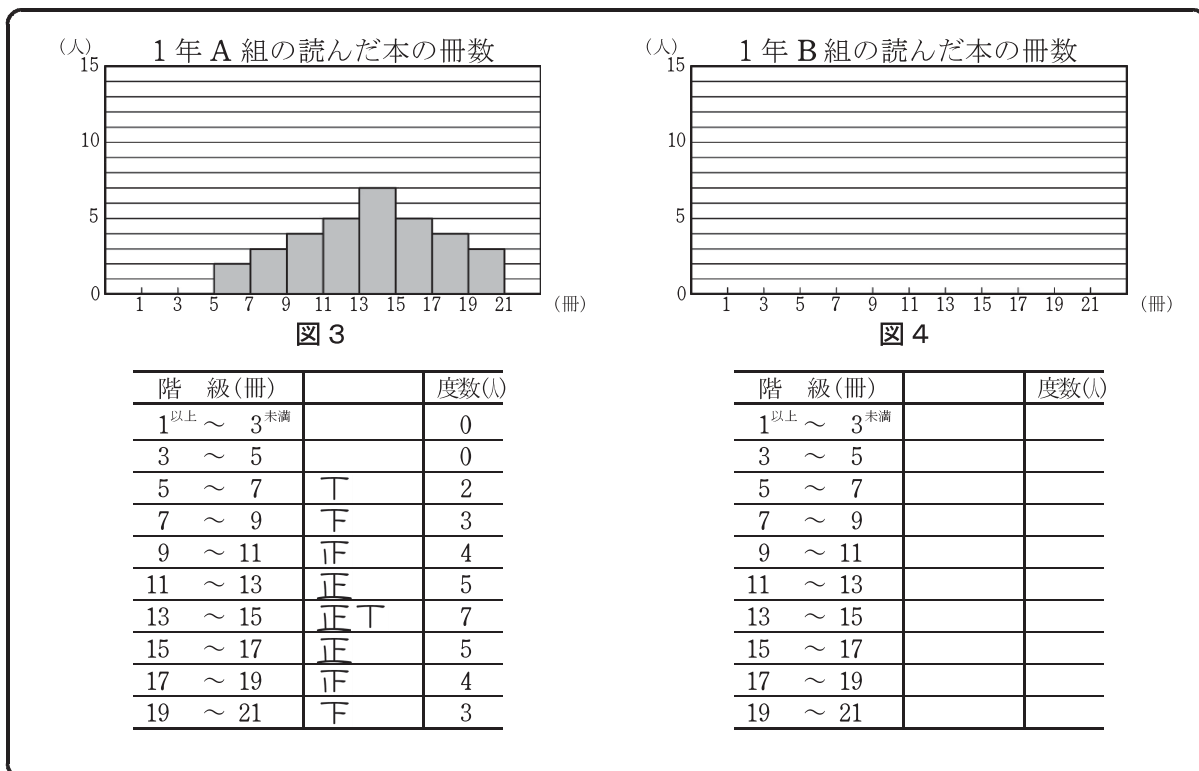
問題番号	正 答 (例)	解 説
(1) ①		<p>・変域があってもなくても正答とする。</p>
(1) ②	<p>ア 20 イ 1600</p>	
(2) ①	<p>ア 姉が歩いた時間 イ 弟が進んだ道のり</p>	<p>・姉か弟か，時間か道のりかがきちんとあっていれば正答とする。</p>
(2) ②	<p>・弟が姉に追いついた地点を <math>x</math> mとした場合</p> $\frac{x}{80} = \frac{x}{200} + 12$ $20x = 8x + 12 \times 1600$ $12x = 12 \times 1600$ $x = 1600$ $1600 \div 80 = 20 \quad \underline{20分後}$ <p>・姉が家を出発してからの時間を <math>x</math> 分とした場合</p> $200(x - 12) = 80x$ $200x - 200 \times 12 = 80x$ $120x = 200 \times 12$ $x = 20 \quad \underline{20分後}$	<p>・どちらか一方の式を使って方程式をつくり，20分後ということを求めていけば正答とする。</p>
(3) ①	<p>追いつくことはできない。</p>	
(3) ②	<p>・姉は22分30秒後に，弟は24分後に映画館に着くことになるから。</p> <p>・姉と弟がこのまま進むと2000mの地点で追いつくことになるから。</p>	<p>・同様の内容が書かれてあれば正答とする。</p>

# 読書調べの結果について考えよう

**問** 太郎さんの学校では、図書委員会が2学期の校内読書調べを行い、その結果は次のようであると発表しました。「1年A組と1年B組の読んだ本の冊数の平均は、どちらも13.1冊なので同じ傾向です。また、ヒストグラムはそれぞれ図1、図2のようになりました。」

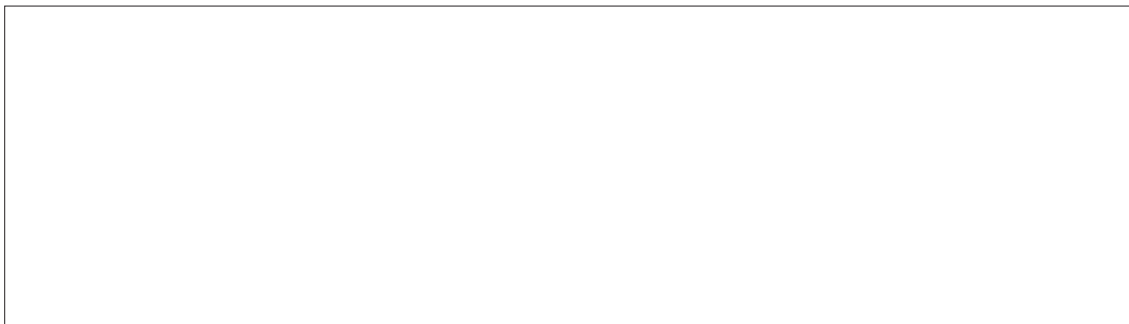


(1) 太郎さんは、図書委員会の発表を聞いて興味をもち、階級の幅を2冊にした度数分布表をもとに、ヒストグラムをかいて考えました。

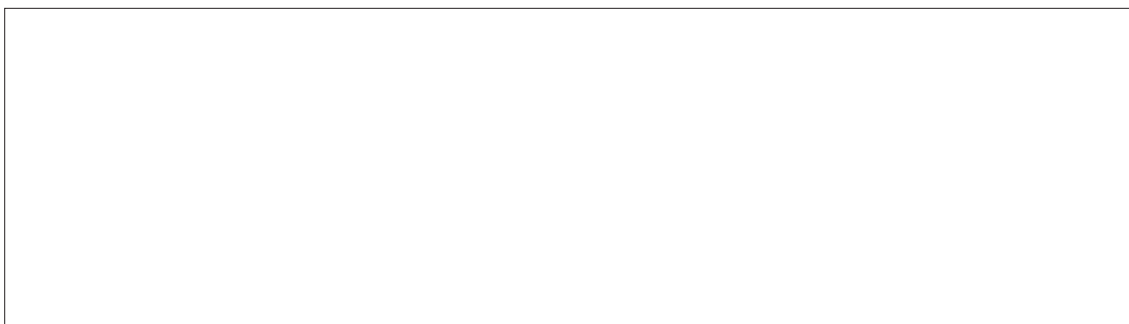


① 太郎さんが1年A組についてかいたように、1年B組について、階級の幅を2冊にしたヒストグラムを図4にかきなさい。

② 図2と図4は、1年B組の読んだ本の冊数についてかいた2つのヒストグラムです。同じ資料のことを表していますが、2つのヒストグラムを比較してわかることを書きなさい。



(2) 図書委員会は、読んだ本の冊数を平均で比較し、1年A組も1年B組も同じであると発表しました。一方、太郎さんは、図3と図4のヒストグラムから1年A組と1年B組は違う傾向であると読み取りました。1年A組と1年B組の傾向にどんな違いがあるか書きなさい。



中学校 第1学年 D 資料の活用 「読書調べの結果について考えよう」

1 出題の趣旨

小学校では、目的に応じて資料を集めて分類整理し、表、棒グラフ、折れ線グラフ、帯グラフ及び円グラフを用いたり、資料の平均や散らばりを調べたりするなどの活動を通して、統計的に考察したり表現したりする基礎的な能力を培っている。

中学校第1学年では、目的に応じた適切で能率的な資料の集め方や、合理的な処理の仕方が重要であることを理解できるようにするとともに、ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解し、それらを用いて資料の傾向を読み取ることができるようにすることが求められている。

この問題では、同じ資料を階級の幅を変えて整理することで、二つのヒストグラムの比較をし、特徴を説明することで、統計的な見方や考え方を培うことができるようにしている。加えて、代表値として平均値を取り上げて二つの資料を比較することが多いが、平均値が同じ二つの資料について、最頻値、範囲、散らばりなど、平均値と別な視点で資料の傾向を読み取り、統計的な判断及び解釈を他者に伝えることができるようにしている。

また、この問題は、ヒストグラムや代表値を求めることだけでなく、資料の傾向を読み取り説明するという一連の学習を通して、不確定な事象を扱うことの意味を深めるとともに、第2学年における確率の学習、第3学年における標本調査の学習へとつながるものである。

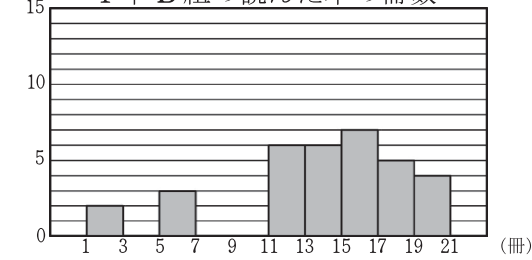
[四つの観点との対応]

物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること	与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること	筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること	事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること
○	○	○	○

2 各問題の趣旨

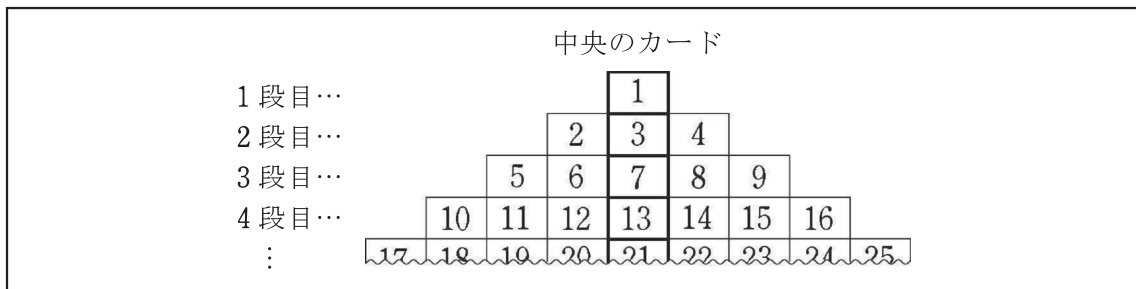
問題番号	新学習指導要領における領域・内容	出題のねらい	評価の観点		
			方 数学 的 な 見 方 や 考 え	数 学 的 な 表 現 ・ 処 理	数 量 、 図 形 な ど に つ い て の 知 識 ・ 理 解
(1) ①	第1学年 D 資料の活用 (1) 目的に応じて資料を収集し、コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。	資料を度数分布表に整理し、その結果をヒストグラムに表すことができる。		○	
(1) ②	ア ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解すること。	階級の幅を変えた二つのヒストグラムを比較し、資料の特徴を説明することができる。			○
(2)	イ ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること。	ヒストグラムの比較と平均値の見方を別な視点から読み取り、統計的な判断及び解釈を自分なりに説明することができる。	○		

### 3 正答と解説

問題番号	正 答 (例)	解 説
(1) ①	<p>(人) 1年B組の読んだ本の冊数</p>  <p>(冊)</p>	
(1) ②	<ul style="list-style-type: none"> <li>・階級の幅が4冊のときには、ヒストグラムがつながっていたが、階級の幅が2冊のときは、7冊～11冊読んだ人がいないことがわかる。</li> <li>・階級の幅が4冊のときには、13冊～21冊読んだ生徒が多く見えるが、階級の幅が2冊のときは、7冊未満の人数と11冊以上読んだ人数との違いが極端に見える。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ヒストグラムが途切れていることや偏りの様子など適切な違いを指摘していれば正答とする。</li> </ul>
(2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>・散らばりは1年A組は小さく、1年B組は大きい。</li> <li>・最頻値は1年A組は13冊～15冊、1年B組は15冊～17冊である。</li> <li>・1年A組の範囲は5冊～21冊だが、1年B組の範囲は1冊～21冊と広い。</li> <li>・最大値は同じだが、最小値は1年B組のほうが小さい。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・平均値は同じだが、ヒストグラムの形から違う傾向について自分なりの説明ができれば正答とする。</li> </ul>

# カードに書かれた自然数の規則性を考えよう

**問** 太郎さんは、次の図のように、自然数が書かれたカードを順に並べていた。



(1) この並べたカードを見ていた太郎さんと花子さんは次のような会話をしました。

花子： 太郎さんの並べ方だと、全部並べなくても、どこにどんな数が書かれたカードがくるかわかるわね。

太郎： えっ、どうしてわかるの。

花子： だって、各段の右端のカードに書かれた数に規則性があるからよ。

太郎： なるほど。じゃあ、9段目の右端のカードに書かれている数は、ア になるね。

太郎： ほかに、何かないかな…。

花子： 各段のカードの枚数にも規則性がありそうよ。

太郎： なるほど。じゃあ、 $n$ 段目に並ぶカードの枚数を  $n$  を用いた式で表すと イ 枚となるね。

太郎： ほかにもあるよ。2段目のカードに書かれた数の和は9、3段目のカードに書かれた数の和は35だから、各段のカードに書かれた数の和と各段の中央のカードに書かれた数との間にも関係がありそうよ。

① 上の ア にあてはまる数と、イ にあてはまる式を書きなさい。

ア		イ	
---	--	---	--

② 上の下線部ウについて、各段のカードに書かれた数の和と各段の中央のカードに書かれた数との間にどんな関係があるか書きなさい。

(2) 花子さんは、最初に並べる1段目の中央のカードを次のように変えながら、太郎さんと同じように順に並べて、3段目のカードに書かれた数の和について考えています。

1段目の中央のカードに書かれた数が1のとき、  
3段目のカードに書かれた数の和  $5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35 = 7 \times 5$   
1段目の中央のカードに書かれた数が4のとき、  
3段目のカードに書かれた数の和  $8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 50 = 10 \times 5$   
1段目の中央のカードに書かれた数が10のとき、  
3段目のカードに書かれた数の和

このことから、花子さんは、次のことを予想しました。

最初に並べる1段目の中央のカードを変えても、3段目のカードに書かれた数の和は、いつでも5の倍数になる。

① 上の  にあてはまる式を書きなさい。

② 花子さんの予想が正しいことの説明を完成させなさい。

1段目の中央のカードに書かれた自然数を  $m$  とすると  
2段目のカードに書かれた自然数は、  
左から、 $m + 1$ 、 $m + 2$ 、 $m + 3$  と表される。また、  
3段目のカードに書かれた自然数は、  
左から、 $m + 4$ 、 $m + 5$ 、 $m + 6$ 、 $m + 7$ 、 $m + 8$  と表される。  
よって、3段目の自然数の和は、

$$(m + 4) + (m + 5) + (m + 6) + (m + 7) + (m + 8)$$
$$=$$

中学校 第2学年 A 数と式 「カードに書かれた自然数の規則性を考えよう」

1 出題の趣旨

文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できるようにするには、文字を用いた式を使って、ある命題が成り立つことを説明する場面で、文字を用いて表現したり、文字を用いた式の意味を読み取ったり、計算したりする学習が総合的に行われることが重要である。

このような学習を通して、事象の中に数量の関係を見だし、文字を用いた式で表現したり、その意味を読み取ったりする能力を養うことはもちろん、数量の関係を帰納や類推によって発見的にとらえ、それを文字を用いた式を使って一般的に説明する必要性と意味を理解し、文字を用いた式を活用する能力が養われていく。

この問題では、自然数が書かれたカードを1段目1枚、2段目3枚、3段目5枚…と連続するように並べた図を基に、各段の右端のカードに書かれた数の規則性や各段のカードの枚数の規則性を見だし、課題を解決させる。また、各段のカードに書かれた数の和と各段の中央のカードに書かれた数との関係を調べさせ、方針に基づいて文字を用いて説明させる。

なお、これらのことは徐々に時間をかけて学習されると考えられるので、中学校第3学年での文字を用いた式の活用の学習も見通して、漸次理解を深められるように指導することが大切である。

[四つの観点との対応]

物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること	与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること	筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること	事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること
○		○	○

2 各問題の趣旨

問題番号	新学習指導要領における領域・内容	出題のねらい	評価の観点			
			方	数	数	数
			学	学	学	学
			的	的	的	的
			な	な	な	な
			見	表	知	量
			方	現	識	図
			や	・	・	形
			考	処	理	な
			え	理		ど
						に
						つ
(1)①ア	第2学年 A 数と式 (1) 具体的な事象の中に数量の 関係を見だし、それを文字 を用いて式に表現したり式の 意味を読み取ったりする能力 を養うとともに、文字を用い た式の四則計算ができるよう にする。	各段の右端のカードに書かれた 数の規則性を見だし、その規則 性を使って9段目の右端のカード に書かれた数を求めることができ る。	○			
(1)①イ		$n$ 段目に並ぶ数の枚数の規則性 を見だし $n$ を用いた式で表す ことができる。	○			
(1)②	イ 文字を用いた式で数量及 び数量の関係をとらえ説明 できることを理解すること。	示された方針に基づいて、各段 のカードに書かれた数の和と中央 のカードに書かれた数との関係 を見だすことができる。	○			
(2)①	ウ 目的に応じて、簡単な式 を变形すること。	示された方針に基づいて、具体 的な数で調べることができる。	○			
(2)②		示された方針に基づいて、文字 式を用いて説明することができる。	○			

### 3 正答と解説

問題番号	正 答 (例)	解 説
(1) ①	ア 81 イ $2n - 1$	
(1) ②	各段のカードに書かれた数の和は、各段の中央のカードに書かれた数と各段のカードの枚数の積になる。	・表現は違っても、意味があてれば正答とする。
(2) ①	$14+15+16+17+18=80=16 \times 5$	
(2) ②	$= m \times 5 + 6 \times 5$ $= 5(m+6)$  $m+6$ は自然数だから、 $5(m+6)$ は5の倍数である。	・ $5(m+6)$ と計算して、 $m+6$ は整数だから、 $5(m+6)$ は5の倍数であることを示していると判断できるものは正答とする。

# 電話料金をくらべよう

**問** 太郎さんは、携帯電話の料金について調べました。

(1) Aプランで通話時間が30分のときの電話料金を求めなさい。

**Aプラン** (月々の電話料金)

月々の基本料金 2000 円  
通話料 1分 40 円

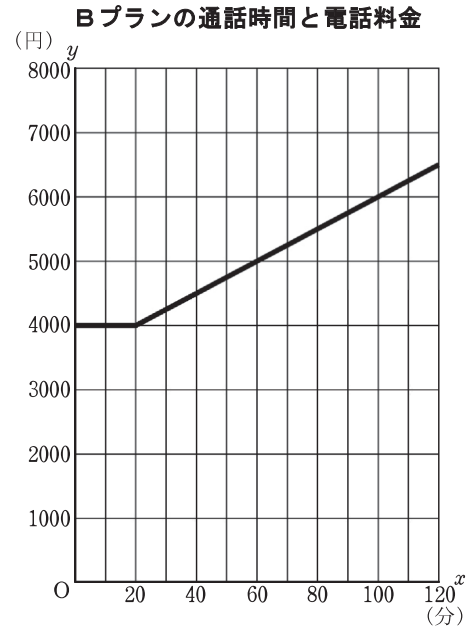


円

(2) 太郎さんは、別のプランについて調べたところ、Bプランがあることがわかりました。


そこで、太郎さんは、Bプランの通話時間を  $x$  分、電話料金を  $y$  円として、 $x$  と  $y$  の関係を右のようなグラフに表しました。

グラフを読み取り、**ア**、**イ** に適切な数を記入し完成させなさい。



**Bプラン** (月々の電話料金)

月々の基本料金 4000 円  
通話料 **ア** 分間無料  
**ア** 分を超えると1分 **イ** 円



<b>ア</b>		<b>イ</b>	
----------	--	----------	--

(3) 太郎さんとお兄さんは、AプランとBプランを同じ通話時間で使用したときの電話料金をくらべています。

お兄さん：Aプランのほうが基本料金が安いから、通話時間が少ないときは電話料金も安くすむね。

太郎さん：でも、Aプランのほうが1分の通話料がBプランより高いから、通話時間が多くなるとAプランのほうが電話料金が高くなるよ。

お兄さん：それなら、2つのプランの電話料金が等しくなる通話時間があるよね。

AプランとBプランの電話料金が等しくなるおよその通話時間を求める方法を説明しなさい。ただし、実際にその通話時間を求める必要はありません。

中学校 第2学年 C 関数 「電話料金をくらべよう」

1 出題の趣旨

日常生活や社会には、関数関係としてとらえられる事象が数多く存在する。一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明する際は、何を明らかにしようとするかという目的意識をもち、事象をどのように解釈して数学の対象にするのかを明確にし、目的に応じて表、式、グラフを適切に選択し説明することが大切である。指導の際には、与えられた表から情報を適切に選択したり、グラフ上の数値を事象に対応させてとらえたりして、事象を数学的に解釈することが必要となる。また、問題解決の方法を考え、それを数学的に説明できるようにすることが大切である。

文章やグラフで与えられた情報をもとに、携帯電話の二つの料金設定について考える問題である。この問題では、文章から電話料金を読み取ったり、グラフ上の座標の意味を事象と対応させて解釈させたりして、二つのプランの電話料金が等しくなるおおよその通話時間を求める方法を、一次関数の知識・技能などを活用して説明することが必要である。

特に、(1)の問題は、Aプランの通話時間が30分のときの通話時間を広告の文章から必要な情報を適切に判断することが求められる。

(2)の問題は、グラフ上の座標や変化の割合(傾き)の意味を事象と対応させて解釈することが求められる。

(3)の問題は、事柄を調べる方法や手順を説明する問題として出題し、「用いるもの」とその「用い方」を明示して説明できるかどうかを見るものである。

[四つの観点との対応]

物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること	与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること	筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること	事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること
	○	○	○

2 各問題の趣旨

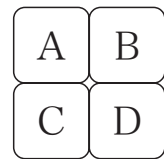
問題番号	新学習指導要領における領域・内容	出題のねらい	評価の観点			
			方	数	数	数
(1)	第2学年 C 関数 (1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を養う。 エ 一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。	示されている言葉の意味を理解して読み取り、具体的な場面での電話料金を求めることができる。		○		
(2)		目的に応じてグラフから必要な情報を適切に選択し、もとの場面にもどってとらえることができる。	○			
(3)		問題解決のために数学を活用する方法を見いだし、その方法について「用いるもの」とその「用い方」について説明することができる。	○			

3 正答と解説

問題番号	正 答 (例)	解 説
(1)	3200円	
(2)	ア 20分 イ 25円	
(3)	例 AプランとBプランについて、通話時間と電話料金の関係を直線のグラフに表して、その交点の座標から、通話時間の値を読み取る。	・「電話料金が等しいことから方程式を解いて通話時間を求める」ことも正答とする。

# 並んだカードの条件から、わからない数を求めよう

**問** 4つの異なる正の整数が書かれたカードを、小さい順にA, B, C, Dと右の図のように縦, 横2列に並べます。このとき, 縦, 横に並んだ2つの整数の積の合計をQとします。



たとえば, 図1のように2, 4, 8, 11の4枚のカードであれば, Qの値は次のようになります。

$$\begin{aligned} Q &= A \times B + C \times D + A \times C + B \times D \\ &= 2 \times 4 + 8 \times 11 + 2 \times 8 + 4 \times 11 \\ &= 156 \end{aligned}$$

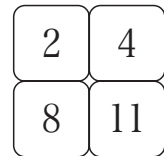


図1

(1) 図2において,  $Q=324$ となるとき,  $x$ の値を求めなさい。

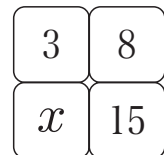


図2

$x =$

(2) 図3において, Qの値が偶数となるような $x$ の値のうち, もっとも大きいものを, 太郎さんは次のように求めました。ア ~ カにはあてはまる数を, ① ~ ④には「奇数」か「偶数」かのどちらかを書きなさい。

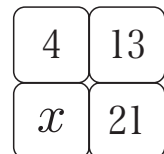


図3

$$\begin{aligned} Q &= 52 + \text{ア} x + 4x + 273 \\ &= \text{イ} x + \text{ウ} \end{aligned}$$

である。

Qの値が偶数になるためには, ウは①だから, イ $x$ は②にならないとなければならない。これは, ①と②の和は偶数だからである。

また, イが③だから, イ $x$ が②になるためには,  $x$ が④になる。

$x$ の変域がエ  $< x <$  オだから, 条件を満たすもっとも大きい $x$ はカである。

ア		イ		ウ		エ		オ		カ	
①		②		③		④					

(3) 図4において、 $Q=120$ となる時、 $x$ と $y$ の値を、花子さんは次のように求めました。[サ]～[テ]にあてはまる数を書きなさい。

$x$	3
7	$y$

図4

$$\begin{aligned}
 Q &= 3x + 7y + \text{[サ]}x + \text{[シ]}y \\
 &= \text{[ス]}x + \text{[セ]}y \\
 &= \text{[ソ]}(x + y) \text{ である。}
 \end{aligned}$$

$Q=120$ だから、 $x + y = \text{[タ]}$ となる。

$x < \text{[チ]}$ だから、 $x = \text{[ツ]}$ のとき  $y = 11$ 、 $x = \text{[テ]}$ のとき  $y = 10$

サ		シ		ス		セ		ソ	
タ		チ		ツ		テ			

(4) 4つの連続した正の整数が書かれたカードを順に並べると、 $Q$ の値は整数の平方になります。

たとえば、図5のように2、3、4、5の4枚のカードであれば、

$$\begin{aligned}
 Q &= 6 + 20 + 8 + 15 \\
 &= 49 \\
 &= 7^2 \quad (7 \text{ の平方})
 \end{aligned}$$

2	3
4	5

図5

となります。

このことがいつでも成り立つことを、次郎さんは次のように説明をしました。次郎さんの説明の空欄部分に、途中の計算を書いて完成させなさい。

もっとも小さい正の整数 $A$ を $n$ とすると、順に $B = n + 1$ 、 $C = n + 2$ 、 $D = n + 3$ となる。

$$Q = A \times B + C \times D + A \times C + B \times D$$

よって、整数の平方になることがいつでも成り立つ。

中学校 第3学年 A 数と式 「並んだカードの条件から、わからない数を求めよう」

1 出題の趣旨

中学校第2学年までの、数量の関係を文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりすることや、数量及び数量の関係をとらえ説明するのに文字を用いた式が活用できることを一層深めるとともに、第3学年では、単項式と多項式の乗法などの簡単な一次式の乗法の計算ができるようにすることが必要である。また、公式を用いる簡単な式の展開と因数分解を使い、目的によって式を変形したり、その意味を読み取ったりする能力を伸ばすことが必要である。

この問題では、式から問題の意味を読み取り、方程式を活用したり、乗法公式や因数分解をしたりするなど、式をより適切な方法で効率よく処理することを必要としている。さらに因数分解には、式の処理だけではなくその意味を読み取る行為が含まれていることを理解させることができる。また、条件からあてはまる数の性質について、筋道を立てて考える力を身に付けさせたい。

さらに、この問題は、高等学校の「因数分解」や「二元一次不定方程式」へとつながるものであり、高等学校数学とのなだらかな接続という観点から、その見方や考え方を育てる意味を含んでいる。

[四つの観点との対応]

物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること	与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること	筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること	事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること
	○	○	○

2 各問題の趣旨

問題番号	新学習指導要領における領域・内容	出題のねらい	評価の観点		
			方 学 的 な 見 方 や 考 え	数 学 的 な 表 現 ・ 処 理	数 量 、 図 形 な ど に つ い て の 知 識 ・ 理 解
(1)	第3学年 A 数と式 (2) 文字を用いた簡単な多項式について、式の展開や因数分解ができるようにするとともに、目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりする能力を伸ばす。 ウ 文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明すること。	例から、定められた計算規則を理解し、適切な方法として方程式を組み立てることが必要であることに気づくことができる。		○	○
(2)		文字式から数の性質を読み取り、複数の条件を満たす数を順序立てて求めることができる。	○		
(3)		文字式から数の性質を読み取り、二つの文字があっても複数の条件を満たす数を順序立てて求めることができる。	○		
(4)		目的によって、文字式を展開や因数分解を使って変形させ、その意味を読み取ることができる。	○	○	

### 3 正答と解説

問題番号	正 答 (例)	解 説
(1)	10	
(2)	ア 21    イ 25    ウ 325 エ 13    オ 21    カ 19 ① 奇数    ② 奇数 ③ 奇数    ④ 奇数	
(3)	サ 7    シ 3    ス 10    セ 10 ソ 10    タ 12    チ 3    ツ 1 テ 2	
(4)	$= n(n+1) + (n+2)(n+3) + n(n+2) + (n+1)(n+3)$ $= n^2+n+n^2+5n+6+n^2+2n+n^2+4n+3$ $= 4n^2+12n+9$ $= (2n+3)^2$	

# ピザのサイズから価格を考えよう

**問** ある宅配ピザ店では、ミックスピザのSサイズが直径20cmで1000円、Mサイズが直径24cmで1400円、Lサイズが直径28cmで1900円の価格で販売しています。今、お客さんの要望により大きなサイズのミックスピザを販売しようと考えています。価格をいくりに設定するのが適当と考えられますか。



(1) 2Lサイズを直径32cm、3Lサイズを直径36cmで販売するとき、ミックスピザの価格を太郎さんと花子さんは次のように考えて設定しました。**ア** ~ **コ** にあてはまる数を書きなさい。

① 太郎さんは、直径と価格の関係から表をつくり、直径と価格の変化から次のように考えました。

「直径の差」      4      4      **ア**      ...

直径 (cm)	20	24	28	32	36
サイズ	S	M	L	2L	3L
価格 (円)	1000	1400	1900	<b>エ</b>	<b>オ</b>

「価格の差」      400      500      **ウ**      ...

「価格の差」の変化      +100      +100      ...

「直径の差」は **ア** cmずつで一定になっているのに、「価格の差」は一定になっていません。一定になっているのは「価格の差」の変化で、**イ** 円ずつになっていると考えました。だから、Lサイズと2Lサイズの「価格の差」は **ウ** 円になり、2Lサイズの価格は1900円から **ウ** 円増えて **エ** 円になります。同様に考え、3Lサイズの価格は **オ** 円に設定するのが適当であると考えます。

ア		イ		ウ		エ		オ	
---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

② 花子さんは、半径、面積と価格の関係から表をつくり、半径と面積の対応、面積と価格の対応から次のように考えました。ただし、価格は端数が出ないように処理されることがありますので、100未満の数を切り捨てて考えました。

サイズ	S	M	L	2L	3L
半径 (cm)	10	12	14	16	18
面積 (cm <sup>2</sup> )	100π	144π	196π	キ	ケ
価格 (円)	1000	1400	1900	ク	コ

$y = \text{カ} x^2$   
 $\pi$  で割って 10 倍し  
 100 未満の数を切り捨てる

半径を  $x$  cm, 面積を  $y$  cm<sup>2</sup> とします。半径と面積の対応から、 $y$  を  $x$  の式で表すと、 $y = \text{カ} x^2$  となります。また、面積と価格の対応から、価格は「面積を  $\pi$  で割って 10 倍し 100 未満の数を切り捨てる」と考えました。

だから、2 L サイズの価格は、 $x = 16$  を代入して  $y = \text{キ}$  となり、 $\text{キ}$  を  $\pi$  で割って 10 倍し、100 未満の数を切り捨てて  $\text{ク}$  円になります。同様に考え、3 L サイズの面積は  $\text{ケ}$  cm<sup>2</sup> となり、価格は  $\text{コ}$  円に設定するのが適当であると考えます。

カ		キ		ク		ケ		コ	
---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

(2) パーティーサイズを直径 48cm で販売するとき、ミックスピザの価格をいくりに設定すればよいですか。どのように考えて求めたのか説明も書きなさい。

中学校 第3学年 C 関数 「ピザのサイズから価格を考えよう」

1 出題の趣旨

中学校第3学年では、第2学年までと同様に、具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べることを通して、関数  $y = ax^2$  を考察する。その際、表、式、グラフを相互に関連付けながら、変化の割合や表、グラフの特徴など関数の理解を一層深める。そして、これらの学習を通して、関数関係を見だし表現し考察する能力を一層伸ばすことが必要である。

この問題では、身近な素材であるピザの大きさと価格の二つの数量を取り出し、表を用いて、それらの変化や対応を調べることを通して、「価格は、ピザの半径の2乗に比例する関数のもとになっている」ことを見つけられることを目指している。また、関数の変化の割合については、単に計算の仕方を覚えてその数値を求められるようになることを目標としているのではなく、その数値を求めることを通して、関数  $y = ax^2$  の理解を深めるとともに、関数の考察における変化の割合の役割や表などの見方を知ることを目指している。

また、この問題は、高等学校の「階差数列」や「微分法」へとつながるものであり、高等学校数学とのなだらかな接続という観点から、その見方や考え方を育てる意味を含んでいる。

[四つの観点との対応]

物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること	与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること	筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること	事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること
○	○	○	

2 各問題の趣旨

問題番号	新学習指導要領における領域・内容	出題のねらい	評価の観点		
			方 数 学 的 な 見 方 や 考 え	数 学 的 な 表 現 ・ 処 理	数 量 、 図 形 な ど に つ い て の 知 識 ・ 理 解
(1) ①	第3学年 C 関数 (1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。 ウ 関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。	身近な素材から二つの数量を取り出し、表を用いて、それらの変化や対応を調べることを通して、「 $y$ は $x$ の2乗に比例する関数」であることを見つけることができる。		○	
(1) ②			○	○	
(2)		対応する値を求めることを通して関数 $y = ax^2$ の理解を深め、関数の考察における変化の割合の役割や表などの見方を知ることができる。	○	○	

### 3 正答と解説

問題番号	正 答 (例)	解 説
(1) ①	ア 4    イ 100    ウ 600 エ 2500    オ 3200	
(1) ②	カ $\pi$ キ $256\pi$ ク 2500 ケ $324\pi$ コ 3200	・クとコは、100未満の数を切り捨てる。
(2)	<p>例1 太郎さんの方法では、3 Lサイズが3200円である。さらに直径が12cm増えるから、3200円から2700円増しで5900円と考えられる。</p> <p>例2 花子さんの方法では、<math>y = \pi x^2</math>より、半径24cmを<math>x</math>に代入して、<math>y = 576\pi</math> <math>\text{cm}^2</math>になる。これを<math>\pi</math>で割って10倍し、100未満の数を切り捨てると、5700円と考えられる。</p> <p>例3 花子さんの方法では、半径12cmのとき1400円である。半径が24cmのときは面積が4倍になるので、価格も1400円 <math>\times 4 = 5600</math>円と考えられる。</p>	<p>・直径が40cmを超えると、端数の処理の関係で誤差が生じる。</p> <p>・太郎さん、花子さんの場合とも、方法によっては価格が一致しないが、考え方が正しければ正答とする。</p>